

## LES CHIFFRES ROMAINS

chiffre(s), romain(s), compter, grec

1

Les Romains utilisaient le code suivant:

	<b>I</b>	<b>V</b>	<b>X</b>	<b>L</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>M</b>
pour désigner "chez nous" :	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>500</b>	<b>1000</b>

Nous les utilisons encore parfois (histoire, littérature...).  
Pour reconnaître ou former un nombre, il faut savoir que:

- des chiffres identiques (trois au maximum) s'additionnent:

**III = 3**      **XX = 20**      **CCC = 300**      \_\_\_\_\_

- si un chiffre est écrit à la droite d'un chiffre de rang plus élevé, les deux nombres s'additionnent:

**VI = V + I** désigne 6      **XVII = X + V + II** désigne 17      \_\_\_\_\_

- si un chiffre est écrit à la gauche d'un chiffre de rang plus élevé, les deux nombres se soustraient:

**IV = V - I** désigne 4      **IX = X - I** désigne 9      \_\_\_\_\_

On utilise fréquemment ces chiffres romains en histoire (XXe siècle), en littérature (chap. VII)  
AiMé p.8, alphabet grec

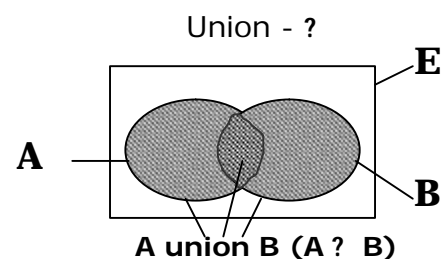
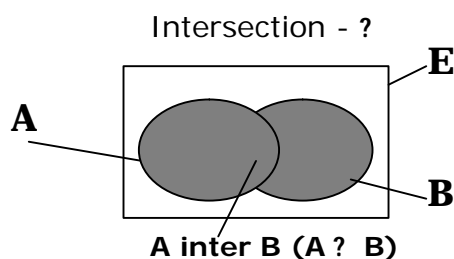
C - P.Fornierod - juin 2001

## QUELQUES SYMBOLES

symboles, équivalence, intersection, union, supérieur à, inférieur à, plus petit (grand) que, %, vide...

2

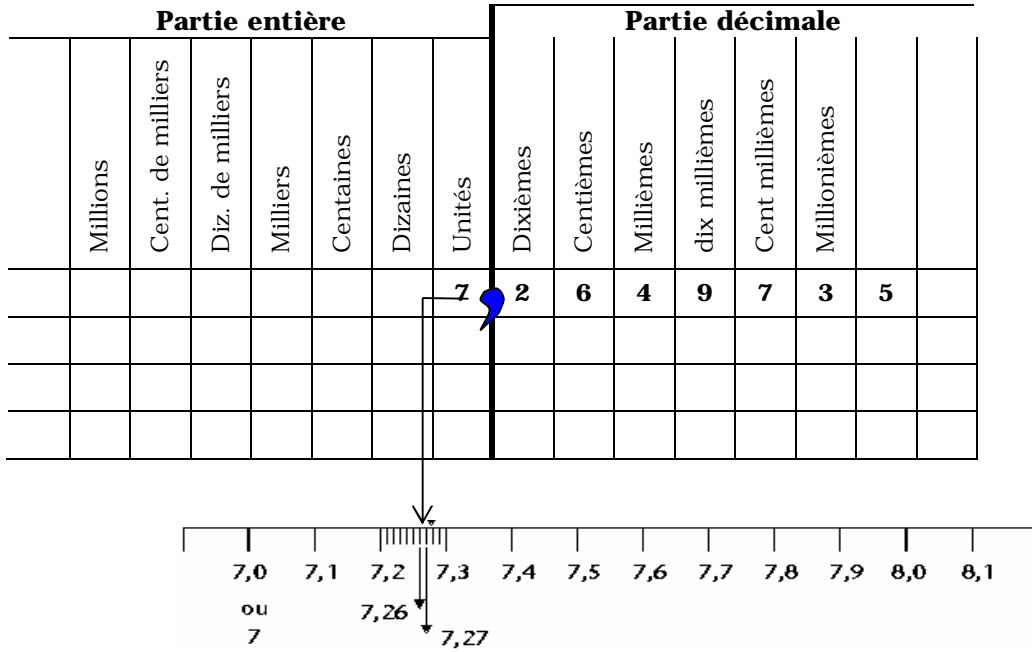
=	est équivalent à	?	est élément de (appartient à)
=	est égal à	?	n'est pas élément de
↗	n'est pas égal à	?	est inclus dans
??	environ égal à	∅	ensemble vide
<	est inférieur à	N	ens. des nombres naturels (0, 1, 2, 3...)
>	est supérieur à	Z	ens. des entiers relatifs (... , -2, -1, 0, +1, ...)
%	pour cent (‰ pour mille)	R	ensemble des nombres réels



# CODE À VIRGULE

code à virgule, code décimal, périodique, entier, dixième, centième, millième, dizaine, centaine...

**3**



**Un code décimal périodique** est un code dont la partie décimale est infinie et comprend un ou plusieurs chiffres qui se répètent. On note cette périodicité au moyen d'un petit trait placé au-dessus la partie qui se répète. Exemples : 5,6234343434... s'écrit **5,6234** ; 8,333333... s'écrit **8,3**

fiches n° 9, 14, 16, 21

AiMé 26, 55, 56

périodique : AiMé 62

C - P.Fornierod - juin 2005

# L'ADDITION

addition, somme, total, retenue

**4**

On effectue une addition quand on cherche une **somme**, un **total**.

$$124 + 672 = 796$$

les termes                      la **somme**

124
+ 672
-----
796

100	+	20	+	4
600	+	70	+	2
-----				
700	+	90	+	6

$$234,5 + 81,73 = 316,23$$

1←	2	3	4,	5
+	8	1,	7	3
-----				
3	(1)1	6,	(1)2	3

Avec des codes décimaux, les virgules doivent être encolonnées.

**0 (zéro)** est l'**élément neutre** de l'addition:

$$75 + 0 = 75$$

$$0 + 14 = 14$$

On peut changer l'ordre des termes d'une addition: **25 + 7 = 7 + 25**

fiche n° 6

AiMé 55, 64

C - P.Fornierod - juin 2005

# LA SOUSTRACTION

soustraction, différence, reste, emprunt

**5**

On effectue une soustraction quand on cherche une **différence**, un **reste**.

$$98 - 46 = 52$$

les termes                      la différence (= le reste)

$$856 - 125 = 731$$

<b>856</b>
- 125
-----
<b>731</b>

$$800 + 50 + 6$$

$$- 100 - 20 - 5$$


---


$$700 + 30 + 1$$

Avec des codes décimaux, les virgules doivent être encolonnées, comme pour l'addition.

$$645,5 - 183,07 = 462$$

5	14	4	10
↑	↑	↑	↑
<del>6</del>	4	5	<del>5</del> 0
-	1	8	3, 0 7
-----			
4	6	2,	4 3

On ne peut pas changer l'ordre des termes d'une soustraction sans changer le résultat :

$$72 - 14 \quad ? \quad 14 - 72$$

fiche n° 4, 6

AiMé 55, 64

C - P.Fornierod - juin 2005

# ORDRE DE GRANDEUR ESTIMATION

estimation, approximation, calcul oral

**6**

## Addition

127,8
34,14
+ 19,3
-----
181,24
résultat exact

130
30
+ 20
-----
180
résultat approché (par exemple)

## Soustraction

11 729,07
- 3 957,1
-----
7 771,97
Résultat exact

12 000
- 4 000
-----
8 000
Résultat approché (par exemple)

## Multiplication

239
x 87
-----
1673
1912
-----
20793
résultat exact

200
x 100
-----
20 000
résultat approché (par exemple)

## Division

70 091
58 9
-----
11 19
5 89
-----
5 301
5 301
-----
- - - -

589
-----
119
Résultat exact

$$72\ 000 : 600 = \underline{120} \text{ Résultat approché (par exemple)}$$

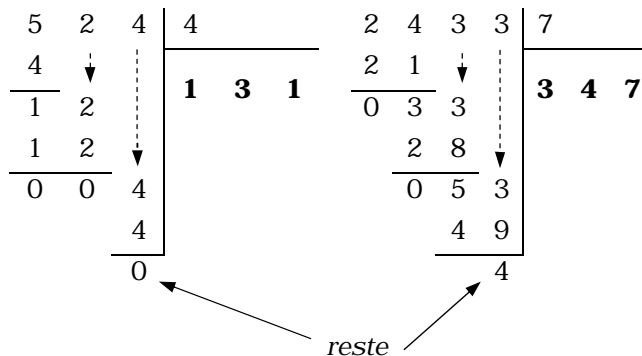
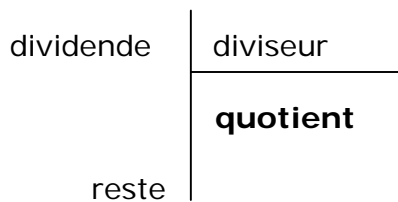
fiches n° 4, 5, 7, 8, 9...

AiMé 11, 12, 64

C - P.Fornierod - juin 2005



On effectue une division quand on partage en parties égales, quand on cherche un "nombre de fois".



**Quand le diviseur n'est pas entier**, on le rend entier par une multiplication par 10, 100, 1000... . On multiplie alors le **dividende** par le même nombre.

Quand le **reste** est égal à 0 et que tous les chiffres du dividende ont été utilisés, on dit que la division est entière, qu'elle "finit".

**La virgule du quotient** se place juste avant d'abaisser le premier chiffre qui la suit.  
**On peut aussi la placer par estimation.**

**Un nombre est divisible par...**

**Exemples**

- ...2 si son dernier chiffre se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 .....
- ...3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 .....
- ...4 si le nombre formé par les 2 chiffres de droite est divisible par 4 .....
- ...5 si le nombre se termine par 0 ou par 5 .....
- ...6 critères de 2 et de 3 .....
- ...8 si le nombre formé par les 3 chiffres de droite est divisible par 8 .....
- ...9 si la somme des chiffres est divisible par 9 .....
- ...10 si le nombre se termine par 0 .....
- ...25 si le nombre se termine par 00, 25, 50 ou 75 .....
- ...50 si le nombre se termine par 00 ou par 50 .....
- ...100 si le nombre se termine par 00 .....

*Si un nombre ne se divise par aucun autre, on dit qu'il est **premier**. Exemples : 7, 11, 23, 101*

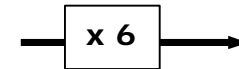
L'ensemble des DIVISEURS de 16 s'écrit :  $D_{16}$

$$D_{16} = \{ 1; 2; 4; 8; 16 \}$$

16	:	1	=	16
16	:	2	=	8
16	:	4	=	4
16	:	8	=	2
16	:	16	=	1

L'ensemble des MULTIPLES de 6 s'écrit :  $M_6$

$$M_6 = \{ 6; 12; 18; 24; 30; 36; \quad ; \quad ; \dots \}$$



1	6
2	12
3	18
4	24
5	30
6	36
.....	.....
.....	.....

Écris ci-dessous les premiers multiples de 13

$$M_{13} = \{ 13; \quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \quad ; \dots \}$$

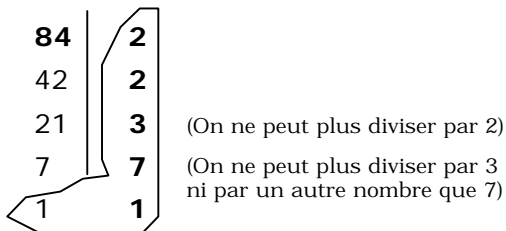
Un nombre premier a la particularité de n'être divisible que par lui-même et par un.

On peut décomposer un nombre en facteurs premiers:

Par exemple: 24 se décompose en  $2 \times 2 \times 2 \times 3$

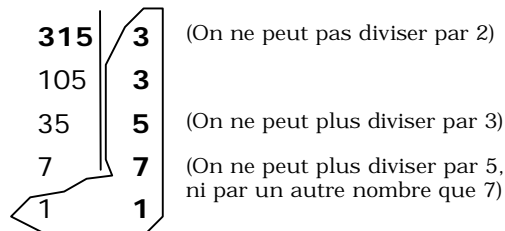
60 se décompose en  $2 \times 2 \times 3 \times 5$

Comment trouver ces facteurs ? La "chaussette" aide !!



Facteurs premiers de 84 :

$$2, 2, 3, 7 (1).$$



Facteurs premiers de 315 :

$$3, 3, 5, 7 (1).$$

Liste des premiers nombres premiers:

- 2, 3, 5, 7, 11,
- 13, 17, 19, 23,
- 29, 31, 37, 41,
- 43, 47, 53, 59,
- 61, 67, 71, 73,
- 79, 83, 89, 97,
- ...

**PPMC (Plus Petit Multiple Commun)**

Comment trouver le PPMC de 90 et de 48 ?

1) Décomposer les deux nombres en facteurs premiers (voir fiche 12)

90	2		48	2
45	3		24	2
15	3		12	2
5	5		6	2
1			3	3
			1	

2) S'ils apparaissent dans plusieurs colonnes, on prend les colonnes dans lesquelles le facteur apparaît en plus grand nombre.

3) PPMC de 90 et 48:  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 720$

Remarque: très pratique pour rechercher des dénominateurs communs (fiche 23).

**PGDC (Plus Grand Diviseur Commun)**

Comment trouver le PGDC de 60 et de 108 ?

1) Décomposer les deux nombres en facteurs premiers

60	2		108	2
30	2		54	2
15	3		27	3
5	5		9	3
1			3	3
			1	

2) On ne sélectionne que les facteurs qui apparaissent dans les deux colonnes.

3) PGDC de 60 et 108 =  $2 \times 2 \times 3 = 12$

Quel est le PGDC de 48 et de 72 ?

**DE UN MILLIARD A UN MILLIONIÈME**

<i>oral</i>	<i>chiffres arabes</i>	<i>abrév.</i>	<i>calcul</i>	<i>puiss.</i>
un milliard	= 1'000'000'000	<i>giga</i>	= $10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10$	= $10^9$
cent millions	= 100'000'000		= $10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10$	= $10^8$
dix millions	= 10'000'000		= $10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10$	= $10^7$
un million	= 1'000'000	<i>méga</i>	= $10^2 10^2 10^2 10^2 10^2 10$	= $10^6$
cent mille	= 100'000		= $10^2 10^2 10^2 10^2 10$	= $10^5$
dix mille	= 10'000		= $10^2 10^2 10^2 10$	= $10^4$
mille	= 1'000	<i>kilo</i>	= $10^2 10^2 10$	= $10^3$
cent	= 100	<i>hecto</i>	= $10^2 10$	= $10^2$
dix	= 10	<i>déca</i>	= 10	= $10^1$

<b>un</b>	=	<b>1</b>	<i>mono(uni)</i>	=	<b>1</b>	=	<b><math>10^0</math></b>
-----------	---	----------	------------------	---	----------	---	--------------------------

un dixième	=	0,1	<i>déci</i>	=	1:10	=	$10^{-1}$
un centième	=	0,01	<i>centi</i>	=	1:100	=	$10^{-2}$
un millième	=	0,001	<i>milli</i>	=	1:1'000	=	$10^{-3}$
un dix-millième	=	0,0001		=	1:10'000	=	$10^{-4}$
un cent-millième	=	0,00001		=	1:100'000	=	$10^{-5}$
un millionième	=	0,000001	<i>micro</i>	=	1:1'000'000	=	$10^{-6}$

On simplifie l'écriture de  $3 \times 3 \times 3 \times 3$  en écrivant  $3^4$ . Trois est la **base**, quatre **est l'exposant**.  $3^4$  se dit "**trois à la puissance quatre**" ou "trois exposant quatre".

$7^2$  se dit **7 au carré** (ou sept à la puissance 2)  
 $7^2$  s'écrit aussi :  $7 \times 7$

On dit que:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9 \quad 9 \text{ est le } \textit{carré} \text{ de } 3$$

$$4^2 = 4 \times 4 = 16 \quad 16 \text{ est le } \textit{carré} \text{ de } 4$$

$7^3$  se dit **7 au cube** (ou 7 à la puissance 3)  
 $7^3$  s'écrit aussi  $7 \times 7 \times 7$

On dit que:

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 27 \text{ est le } \textit{cube} \text{ de } 3$$

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \quad 64 \text{ est le } \textit{cube} \text{ de } 4$$

Complète:

$1^2 = \dots$	$5^2 = \dots$	$9^2 = \dots$	$13^2 = \dots$	$17^2 = \dots$	$2^3 = \dots$
$2^2 =$	$6^2 =$	$10^2 =$	$14^2 =$	$18^2 =$	$3^3 =$
$3^2 =$	$7^2 =$	$11^2 =$	$15^2 =$	$19^2 =$	$4^3 =$
$4^2 = \dots$	$8^2 = \dots$	$12^2 = \dots$	$16^2 = \dots$	$20^2 = \dots$	$5^3 = \dots$

**La racine carrée est l'opération inverse de « élever au carré » ; prendre la racine carrée de 49 s'écrit :**

$$\sqrt{49} = 7, \text{ parce que } 7 \times 7 = 49$$

**La racine cubique est l'opération inverse de « élever au cube » ; prendre la racine cubique de 64 s'écrit :**

$$\sqrt[3]{64} = 4 \text{ parce que } 4 \times 4 \times 4 = 64$$

On utilise cette notation pour se simplifier la vie avec les grands et les petits nombres. **Un (1) seul chiffre avant la virgule**, une puissance de 10 qui multiplie le nombre

Exemples :  $4'703'958'000$  s'écrit, en notation scientifique:  $4,703958 \times 10^9$   
 (la virgule s'est déplacée de 9 rangs)

$0,000007$  s'écrit, en notation scientifique:  $7 \times 10^{-6}$   
 (la virgule s'est déplacée de 6 rangs)

Pour **multiplier**, on additionne les exposants; pour **diviser**, on les soustrait :

$$- 4'000'000'000 \times 90'000'000 = 4 \times 10^9 \times 9 \times 10^7 = (4 \times 9) \times (10^9 \times 10^7) = 36 \times 10^{16} \leftarrow [16 = 9 + 7]$$

$$= \underline{3,6 \times 10^{17}}$$

$$- 12'000'000'000 \times 0,005 = 1,2 \times 10^{10} \times 5 \times 10^{-3} = (1,2 \times 5) \times (10^{10} \times 10^{-3}) = \underline{6 \times 10^7} \leftarrow [7 = 10 + (-3)]$$

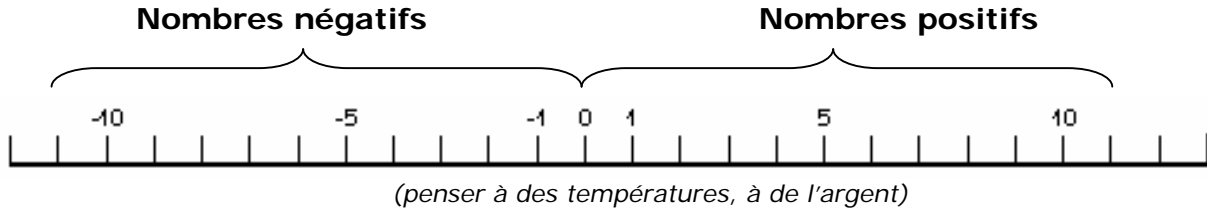
$$- 42'000'000 : 0,0006 = (4,2 \times 10^7) : (6 \times 10^{-4}) = (4,2 : 6) \times (10^7 : 10^{-4}) = 0,7 \times 10^{11} \leftarrow [11 = 7 - (-4)]$$

$$= \underline{7 \times 10^{10}}$$

$$- 3'600 : 90'000'000 = (3,6 \times 10^3) : (9 \times 10^7) = (3,6 : 9) \times (10^3 : 10^7) = 0,4 \times 10^{-4} \leftarrow [-4 = 3 - (-7)]$$

$$= \underline{4 \times 10^{-3}}$$





**Nombres opposés** : 7 est l'**opposé** de -7 ; -23 est l'**opposé** de 23

**Calculs avec des nombres relatifs** :

Lorsque deux signes se suivent immédiatement (sans être séparés par un nombre), on peut appliquer cette règle. On peut aussi l'appliquer pour les **multiplications et les divisions**.

<b>Règle des signes</b>			
+	+	→	+
-	-	→	+
+	-	→	-
-	+	→	-

$$(-3) - (+4) = (-3) + (-4) = -3 - 4 = -7$$

$$(-2) + (-5) - (-9) = -2 - 5 + 9 = +2$$

$$(-9) \times (-5) = +45$$

$$(-5) \times (+7) = -35$$

$$14 : (-7) = -2$$

$$(-24) : (-3) = +8$$

$$(-3) \times (4) = -12$$

$$(-18) : (6) = -3$$

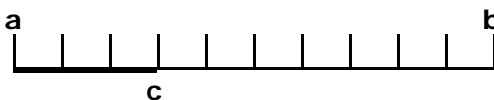
**Remarque**: si aucun signe ne précède un nombre, ce nombre est positif:  $8 = +8$

AiMé 57, 58, 65

© - P.Fornierod - juin 2005

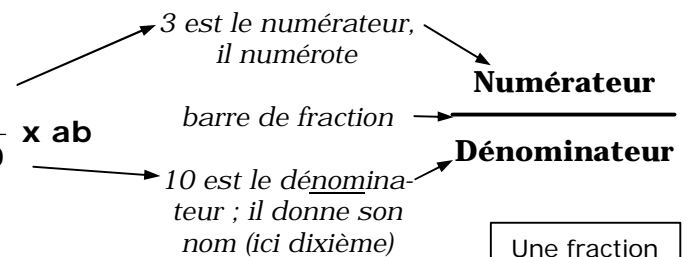
**FRACTIONS: REPRÉSENTATION**

*fractions, dénominateur, numérateur, demi, quart, dixième, rationnels, barre...*



La partie **en gras** mesure les **3 dixièmes** de la longueur du segment ab.

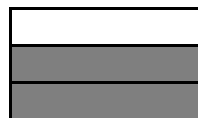
On écrit :  $\frac{ac}{ab} = \frac{3}{10}$  ;  $ac = \frac{3}{10}ab$  ou  $ac = \frac{3}{10} \times ab$



La barre de fraction veut dire : diviser

Une fraction se compose de nombres entiers

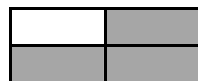
L'aire de la partie grise est ...



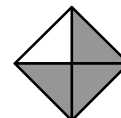
...deux tiers ( $\frac{2}{3}$  ou  $2/3$ )



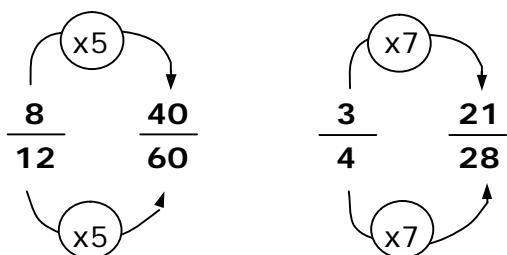
... de la partie totale



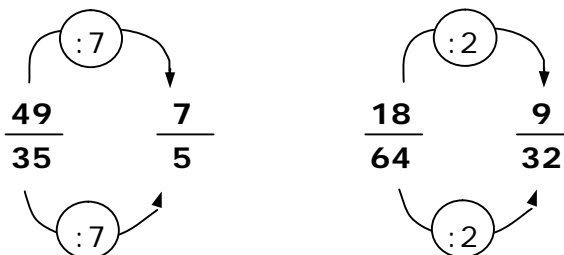
...trois quarts ( $\frac{3}{4}$  ou  $3/4$ )



**AMPLIFIER** une fraction,  
c'est **MULTIPLIER**  
son numérateur et son dénominateur  
par un même nombre.



**SIMPLIFIER** une fraction,  
c'est **DIVISER**  
son numérateur et son dénominateur  
par un même nombre.



Voir aussi fiche 22

Lorsqu'on ne peut plus simplifier une fraction, on dit qu'elle est **IRRÉDUCTIBLE**

**POUR CENT (%)**

Pour transformer une fraction en % (pour cent) **il faut l'amplifier** (ou la simplifier) jusqu'à ce que **son dénominateur soit 100** (voir aussi fiche 20).

fiches n° 18, 20, 21, 22, 23, 24

AiMé 61, 63, 79

C - P.Fornerod - juin 2005

**POUR CENT, POUR MILLE (% , ‰)**

Calcul du pour cent, pour mille, fractions, %, ‰

Pour calculer un pourcentage, il faut utiliser une fraction dont le dénominateur est **100** (Les "pour mille" se calculent de la même manière; le dénominateur n'est plus 100 mais 1000 !).

$$24 \% \text{ de } 87 \text{ se calcule : } \frac{24}{100} \cdot 87 = \frac{24 \cdot 87}{100} = \frac{2088}{100} = 20.88$$

Pour certains calculs, des "trucs" permettent d'aller plus vite:

$$100\% = \frac{100}{100} = \frac{1}{1} \rightarrow 100\% \text{ de } 1435 = 1 \times 1435 = 1435$$

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \rightarrow 50\% \text{ de } 124 = \frac{1}{2} \text{ de } 124 = 62$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \rightarrow 25\% \text{ de } 32 = \frac{1}{4} \text{ de } 32 = 8$$

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \rightarrow 10\% \text{ de } 375 = \frac{1}{10} \text{ de } 375 = 37,5$$

$33, \bar{3} \%$  correspond à la fraction  $\frac{1}{3}$

$$33, \bar{3} \% \text{ de } 270 = \frac{270 \cdot 1}{3} = 90$$

De même,  $66, \bar{6} \%$  correspond à la fraction  $\frac{2}{3}$

fiches 19, 21, 22, 23, 27, 28

AiMé 61, 79

**Comment transformer 0,6 (un code à virgule) en code fractionnaire ?**

1) Multiplier le code à virgule par 10, 100, 1000, .... jusqu'à ce qu'il devienne entier :

$$0,6 \times 10 = 6$$

2) Le code fractionnaire équivalent sera:  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  (ne pas oublier de simplifier)

Exemples: a)  $0,375 \rightarrow 0,375 \times 1000 = 375 \rightarrow$  code fractionnaire:  $\frac{375}{1000} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

b)  $1,44 \rightarrow 1,44 \times 100 = 144 \rightarrow$  code fractionnaire:  $\frac{144}{100} = \frac{72}{50} = \frac{36}{25}$

**Comment transformer une fraction en code à virgule ?**

Réponse: il suffit de diviser le numérateur par le dénominateur:  $\frac{3}{4} (^{3/4}) \rightarrow 3 : 4 = 0,75$

Exemples: a)  $\frac{4}{7} \rightarrow 4 : 7 = 0,5714...$

b)  $\frac{15}{4} \rightarrow 15 : 4 = 3,75$

fiches n° 19, 20, 22, 23

C - P.Fornierod - juin 2005

Prendre les  $\frac{3}{7}$  d'un nombre (par exemple 28) revient à le multiplier par  $\frac{3}{7}$

$$\frac{3}{7} \text{ de } 28 = \frac{3}{7} \times 28 = \frac{3 \times 28}{7} = \frac{84}{7} = 12$$

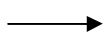
Pour multiplier des fractions entre elles, on multiplie les dénominateurs entre eux et les numérateurs entre eux.

Il est très utile de **simplifier** (quand c'est possible) avant d'effectuer les multiplications.

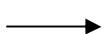
$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

Exemple:

$$\frac{4}{7} \times \frac{21}{16}$$



On constate ici que 21 et 7 peuvent se simplifier, ainsi que 4 et 16



$$\frac{\cancel{4}^1}{7} \times \frac{2\cancel{1}^3}{\cancel{16}_4} = \frac{1 \times 3}{1 \times 4} = \frac{3}{4}$$

**Division:** pour diviser par une fraction, il suffit de multiplier par son inverse.

Exemples: a)  $\frac{3}{5} : \frac{2}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{10}$

b)  $58 : \frac{2}{9} = 58 \times \frac{9}{2} = \frac{58 \times 9}{2} = 261$

fiches n° 18, 19, 20, 21, 23, 24

AiMé 50, 61, 62, 63

**Pour additionner ou soustraire des fractions**, on doit les transformer afin qu'elles aient le même dénominateur.

Deux techniques permettent de trouver ce dénominateur commun (il doit être le plus petit possible pour que les calculs restent "simples").

### 1) Méthode "des multiples"

Multiples de 12	Multiples de 18
12	18
24	<b>36</b>
<b>36</b>	54
48	72
60	...
...	

Dénominateur commun --> **36**

### 2) Décomposition en facteurs premiers

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \quad \text{-->} \quad \begin{matrix} 2 \times 2 \\ 3 \times 3 \end{matrix}$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad \text{-->} \quad \begin{matrix} 2 \times 2 \\ 3 \times 3 \end{matrix}$$

On ne prend pas le deux (trois) car on l'a déjà pris dans l'autre ligne

On prend les éléments les plus nombreux et ceux qui n'apparaissent qu'une seule fois

Dénominateur commun -->  $2 \times 2 \times 3 \times 3 = \mathbf{36}$

(Voir fiche 13, recherche du PPCM)

# ADDITIONS – SOUSTRATIONS (de fractions)

**Démarche:** 1) Chercher le dénominateur commun (voir fiche n° 23)

2) Poser le calcul, par exemple:  $\frac{5}{9} + \frac{7}{12} = \frac{\dots\dots}{36} + \frac{\dots\dots}{36}$

3) Chercher le nombre qui permet d'amplifier le dénominateur de la première fraction (**9**) pour obtenir le dénominateur commun (36):  $9 \times ?? = 36 \rightarrow$  Réponse :  $36 : 9 = 4$

4) Multiplier le numérateur de la première fraction (**5**) par ce facteur (voir ci-dessous à gauche).

5) Répéter les points 3 et 4 ci-dessus pour la seconde fraction  $\rightarrow$  Réponse :  $36 : 12 = 3$ .



6) C'est bon ! On peut maintenant additionner les numérateurs.

$$\frac{20}{36} + \frac{21}{36} = \frac{41}{36} \quad (= 1 \frac{5}{36})$$

7) Simplifier si nécessaire

**Pour les soustractions**, la démarche est exactement la même; mettre le **signe moins (-)** à la place du plus (+), c'est tout !